Angewandte Statistik

Aaron Lohmann

Session 11

Differences-in-Differences

Zusammenfassung letzte Sitzung

- Korrelation ist nicht gleich Kausalität und Kausalität ist nicht gleich Korrelation.
- Ein Modell von dem datengebenden Prozess ist notwendig, um sinnvoll über Kausaliät nachzudenken.
- Kausalität als Gedankenexperiment: Potential Outcomes Framework.

Das Fundamental Problem der Kausalität

- Wir können nie Personen/Firmen/Länder zweimal beobachten (einmal mit und einmal ohne Behandlung). Das erschwert das Schätzen von kausalen Effekten.
- Jedoch: Statistics to the rescue! Statistische Methoden (letzte Woche der Mittelwert) können helfen, kausale Effekte zu schätzen.

Letzte Woche

- Unter Berücksichtigung aller confounder können wir kausale Effekte schätzen.
- In seltensten Fällen können wir in sozialwissenschaftlichen Kontexten alle confounder beobachten.
- Idealerweise suchen wir also etwas Anderes.

Heute: Eine weitere statistische Methode

- Differences-in-Differences (DiD)

Heute: Eine weitere statistische Methode

- Differences-in-Differences (DiD)
- Vorher: Panel Daten

Panel Daten

- Erklärung/Beispiel folgt Ben Lambert (YouTube): Wärmstens empfohlen!

Panel Daten

Bei Panel Daten beobachten wir die gleichen Personen/Firmen/Länder mehrmals über die Zeit.

- Longitudinal: Beobachtungen über die Zeit.
- Cross-sectional: Beobachtungen zu einem Zeitpunkt.
- Panel: Beobachtungen über die Zeit und zu einem Zeitpunkt.

Panel Daten

Bei Panel Daten beobachten wir die gleichen Personen/Firmen/Länder mehrmals über die Zeit.

- Longitudinal: Beobachtungen über die Zeit.
- Cross-sectional: Beobachtungen zu einem Zeitpunkt.
- Panel: Beobachtungen über die Zeit und zu einem Zeitpunkt.

Panel Daten sind also eine Kombination aus Longitudinal und Cross-sectional Daten.

Formale Notation

- i bezeichnet die Person/Firma/Land
- t bezeichnet die Zeit

Formale Notation

- i bezeichnet die Person/Firma/Land
- t bezeichnet die Zeit
- Longitudinal: t variiert, i konstant
- Cross-sectional: t konstant, i variiert
- Panel: i und t variieren

Formale Notation

- i bezeichnet die Person/Firma/Land
- t bezeichnet die Zeit
- Longitudinal: t variiert, i konstant
- Cross-sectional: t konstant, i variiert
- Panel: i und t variieren

Also schreiben wir Y_{it}.

Beispiel

Die Wirtschaftsleistung von Deutschland im Jahr 2024:

Y_{it}

- Y: Wirtschaftsleistung

Beispiel

Die Wirtschaftsleistung von Deutschland im Jahr 2024:

Y_{it}

- Y: Wirtschaftsleistung
- i: Deutschland

Beispiel

Die Wirtschaftsleistung von Deutschland im Jahr 2024:

Y_{it}

- Y: Wirtschaftsleistung
- i: Deutschland
- t: 2024

Beispiel

Die Wirtschaftsleistung von Deutschland im Jahr 2024:

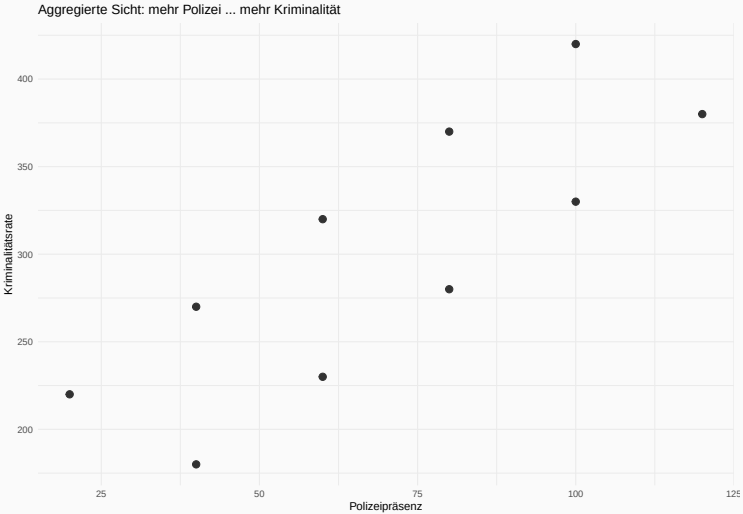
Y_{it}

- Y: Wirtschaftsleistung
- i: Deutschland
- t: 2024
- Y_{it}: Wirtschaftsleistung von Deutschland im Jahr 2024

Panel Daten: Beispiel (Ben Lambert)

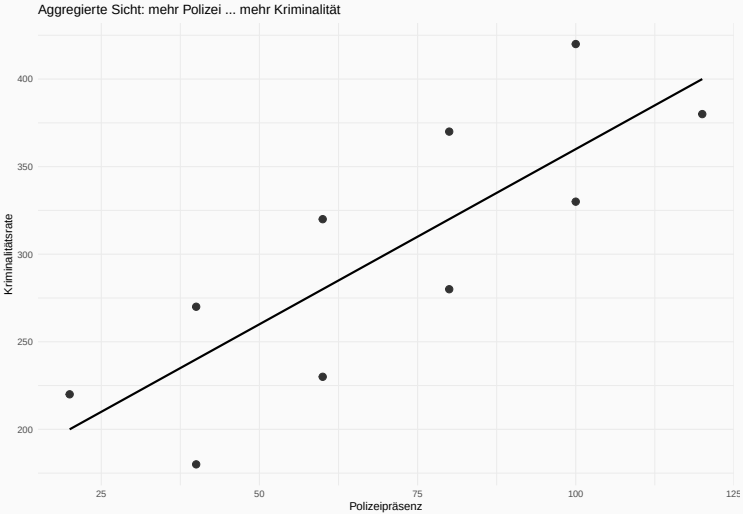
- Alle Daten sind ausgedacht.
- Forschungsfrage: Was ist der Effekt von Polizeipräsenz auf die Kriminalitätsrate?

Unsere Beobachtungen



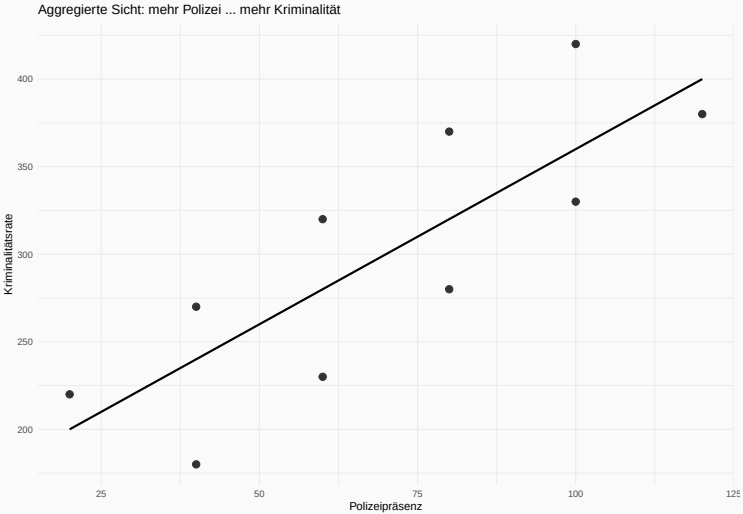
Was machen Sie?

Beispiel Fortsetzung



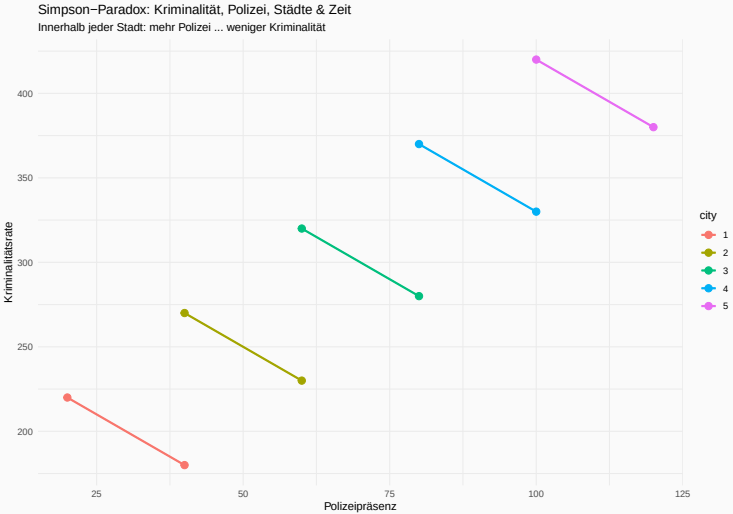
Was machen Sie? - Lineare Regression!

Beispiel Fortsetzung



Was machen Sie? - Lineare Regression! - Hier scheint ein positver Zusammenhang zu bestehen.

Nun auch die Zeit!



Innerhalb jeder Stadt scheint jedoch ein negativer Zusammenhang zu bestehen.

Der richtige Ansatz hier:

- Wenn wir nun den Effekt von Polizeipräsenz auf die Kriminalitätsrate schätzen wollen, müssen wir die Unterschiede in den Daten berücksichtigen. Die Regression könnte so aussehen:

$$crime_{it} = \beta_0 + \beta_1 police_{it} + \beta_2 time_t + \beta_3 city_i + \epsilon_{it}$$

- Hier sind $time$ und $city$ Dummy-Variablen, die die Zeit und die Stadt kodieren, d.h., wenn wir 4 Stadtbeobachtungen und 2 Zeitbeobachtungen haben, dann haben wir hier 8 Beobachtungen.

Takeway

- Panel Daten sind eine Kombination aus Longitudinal und Cross-sectional Daten.
- Wir beobachten die gleichen Personen/Firmen/Länder mehrmals über die Zeit.
- Wichtig über die Struktur der Daten nachzudenken, da sonst komische Ergebnisse entstehen können.
- Je nachdem auf welche Eigenschaften wir uns fokussieren, können wir unterschiedliche Ergebnisse erhalten!

Differences-in-Differences

- Eine der wichtigsten und zentralen Methoden in der kausalen Inferenz. Und das Beste, die Intution ist nicht sehr kompliziert.

Differences-in-Differences

- Eine der wichtigsten und zentralen Methoden in der kausalen Inferenz. Und das Beste, die Intution ist nicht sehr kompliziert.
- Erinnern wir uns an letzte Woche: Wir wollen den Effekt einer Behandlung auf eine Zielvariable schätzen. Letzte Woche war das der Effekt von Eisverkauf auf Verbrechen, der Wind auf die Rotation der Windmühle oder der Effekt von Schokolade auf Nobelpreise, das Verabreichen eines Medikaments.

Differences-in-Differences

Wir können diff-in-diff so zusammenfassen:

- Es gibt eine Behandlungsgruppe und eine Kontrollgruppe.
- Die Behandlung ist ein zeitlich begrenztes Ereignis.
- Beide Gruppen werden vor und nach der Behandlung beobachtet.
- Der Effekt der Behandlung ist der Unterschied in den Unterschieden zwischen der Behandlungs- und Kontrollgruppe.

Ein Beispiel - Felonies and presidents.

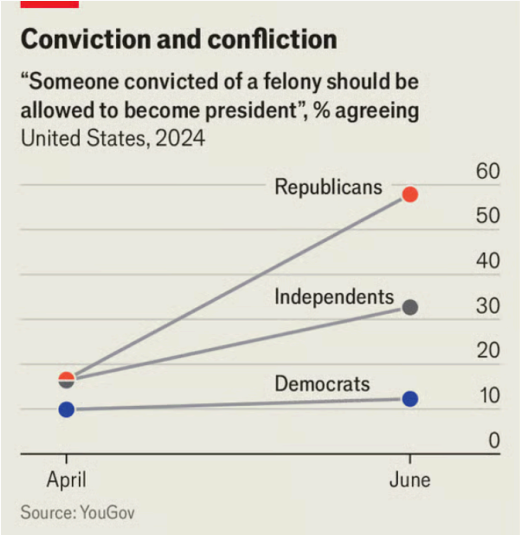


CHART: THE ECONOMIST

- Die Grafik zeigt die Einstellung von Demokraten und Republikanern zu der Frage, ob ein verurteilter Straftäter Präsident sein darf.

Ein Beispiel - Felonies and presidents.

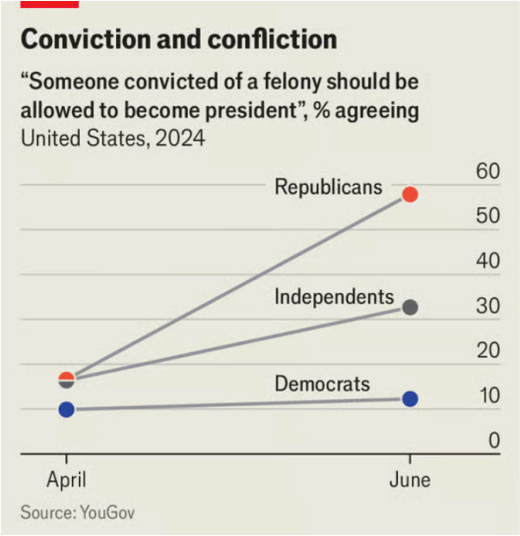


CHART: THE ECONOMIST

- Die Grafik zeigt die Einstellung von Demokraten und Republikanern zu der Frage, ob ein verurteilter Straftäter Präsident sein darf.
- Der Unterschied ist klein am Anfang

Ein Beispiel - Felonies and presidents.

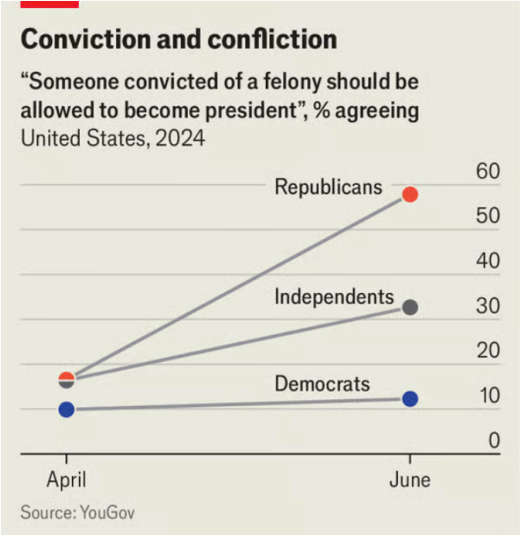


CHART: THE ECONOMIST

- Die Grafik zeigt die Einstellung von Demokraten und Republikanern zu der Frage, ob ein verurtelter Straftäter Präsident sein darf.
- Der Unterschied ist klein am Anfang
- Trump wird veurteilt.

Ein Beispiel - Felonies and presidents.

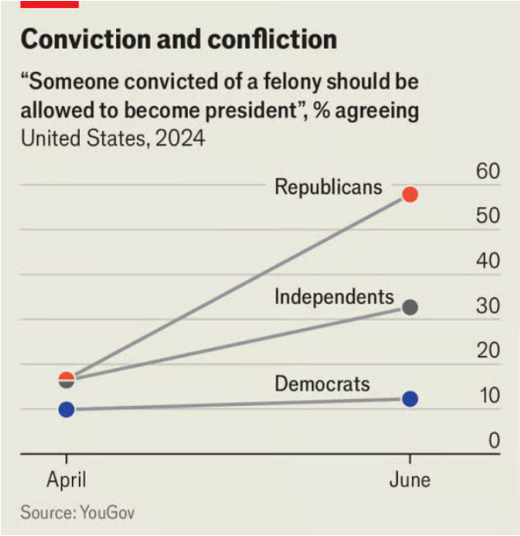


CHART: THE ECONOMIST

- Die Grafik zeigt die Einstellung von Demokraten und Republikanern zu der Frage, ob ein verurtelter Straftäter Präsident sein darf.
- Der Unterschied ist klein am Anfang
- Trump wird veurteilt.
- Nun ist der Unterschied zwischen den Gruppen ziemlich groß.

Ein Beispiel - Felonies and presidents.

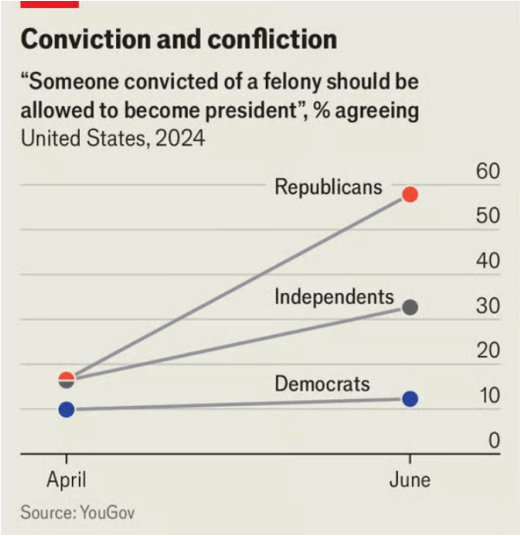


CHART: THE ECONOMIST

- Die Grafik zeigt die Einstellung von Demokraten und Republikanern zu der Frage, ob ein verurtelter Straftäter Präsident sein darf.
- Der Unterschied ist klein am Anfang
- Trump wird veurteilt.
- Nun ist der Unterschied zwischen den Gruppen ziemlich groß.

In difference-in-differences terms

- Wir haben zwei Gruppen: Demokraten und Republikaner.
- Die Behandlung ist die Verurteilung von Trump.
- Wir beobachten die Einstellung vor und nach der Verurteilung.
- Wie können wir nun den kausalen Effekt bestimmen?

Ein aktuelleres Beispiel

- Bundeswehr braucht mehr Nachwuchs.
- Politikmaßnahme: Ausfüllen eines Briefs.
- Wir müssen in der Lage sein diese Maßnahme überzeugend zu evaluieren.
- Basierend auf unseren Ergebnissen kann es zu einer Einführung der Wehrpflicht kommen – oder auch nicht.

Differences-in-Differences

Table 1: Klassische Differenz-in-Differenzen-Tabelle

	Vor der Behandlung	**Nach der Behandlung**
Behandlungsgruppe	$Y_{T,B}$	$Y_{T,A}$
Kontrollgruppe	$Y_{C,B}$	$Y_{C,A}$

- T: Treatment (Behandlung)
- C: Control
- A: After
- B: Before

Die erste Differenz

- Die erste Differenz ist der Unterschied zwischen den Zeitpunkten für die Behandlungsgruppe (Nach - Vor):

$$\text{Differenz 1} = Y_{T,A} - Y_{T,B}$$

mit $Y_{T,A}$ als der Wert der Behandlungsgruppe nach der Behandlung und $Y_{T,B}$ als der Wert der Behandlungsgruppe vor der Behandlung.

Die zweite Differenz

- Die zweite Differenz ist der Unterschied zwischen den Zeitpunkten für die Kontrollgruppe (Nach - Vor):

$$\text{Differenz 2} = Y_{C,A} - Y_{C,B}$$

mit $Y_{C,A}$ als der Wert der Kontrollgruppe nach der Behandlung und $Y_{C,B}$ als der Wert der Kontrollgruppe vor der Behandlung.

Der Effekt der Behandlung

- Der Effekt der Behandlung ist der Unterschied in den Unterschieden zwischen der Behandlungs- und Kontrollgruppe:

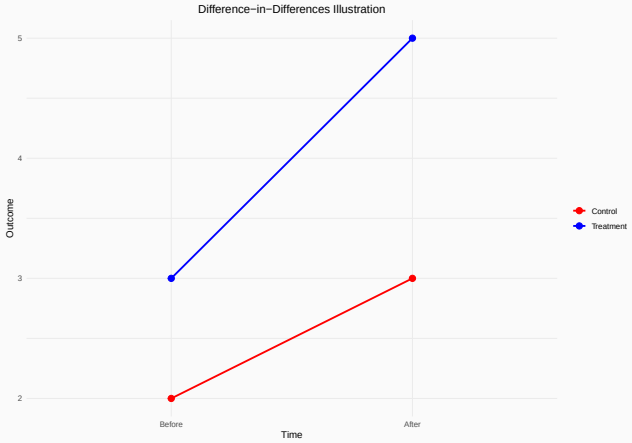
$$\text{DiD} = \text{Differenz 1} - \text{Differenz 2}$$

Erklärung

Warum nehmen wir nicht einfach den Unterschied zwischen der Behandlungs- und Kontrollgruppe nach der Behandlung?

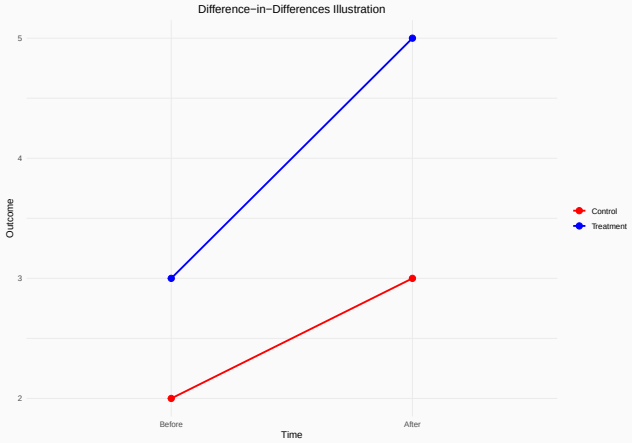
- Mit dem DiD brauchen wir nicht die Annahme, dass die Behandlungs- und Kontrollgruppe gleich sind. Wir brauchen nur die Annahme, dass die Unterschiede zwischen den Gruppen konstant sind.
- Diesen konstanten Unterschied müssen wir jedoch wieder substrahieren.

Grafische Darstellung



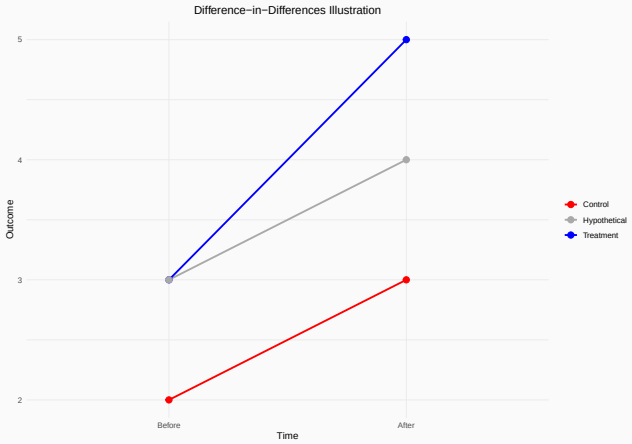
- Reicht es hier den Unterschied zwischen den Gruppen nach der Behandlung zu nehmen?

Grafische Darstellung



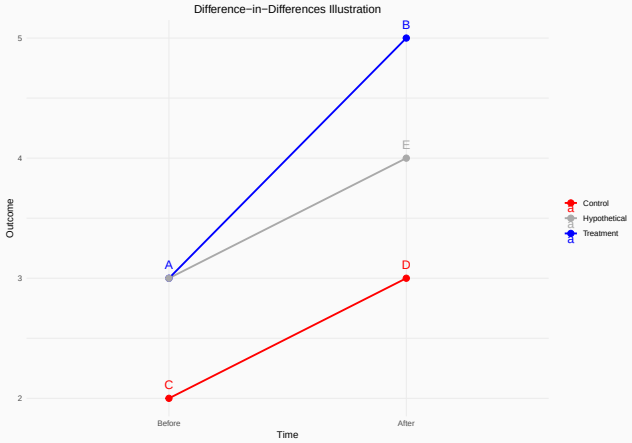
- Reicht es hier den Unterschied zwischen den Gruppen nach der Behandlung zu nehmen?
- Nein, wir müssen den Unterschied zwischen den Gruppen vor der Behandlung abziehen.

Grafische Darstellung



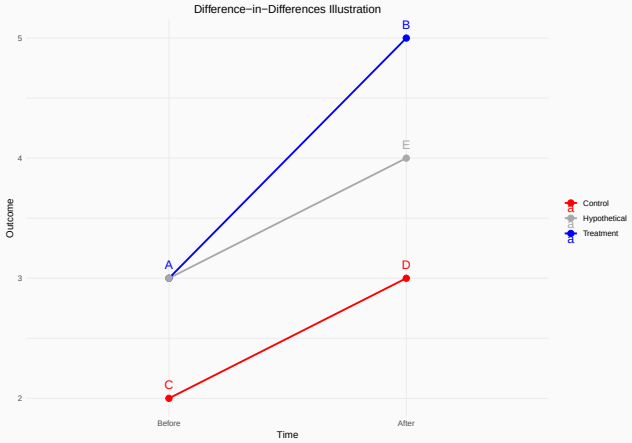
- Reicht es hier den Unterschied zwischen den Gruppen nach der Behandlung zu nehmen?
- Nein, wir müssen den Unterschied zwischen den Gruppen vor der Behandlung abziehen.
- Die graue Linie kann folgendermaßen interpretiert werden: Was wäre passiert, wenn die Behandlungsgruppe nicht behandelt worden wäre? (Das Gedankenexperiment)

Grafische Darstellung - Fortsetzung



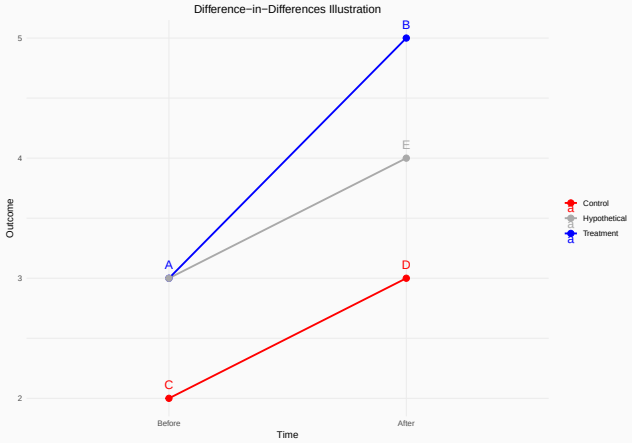
- Wo ist die erste Differenz?

Grafische Darstellung - Fortsetzung



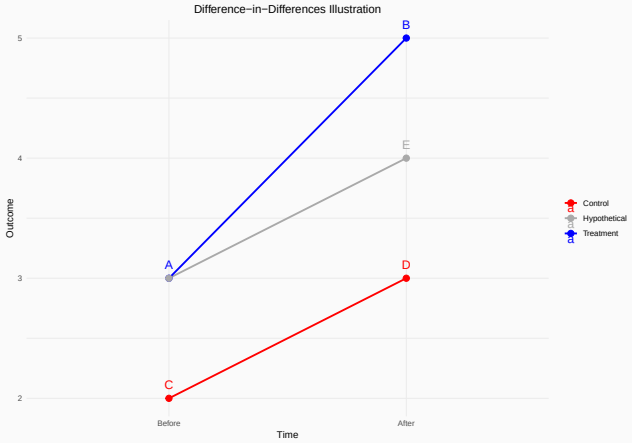
- Wo ist die erste Differenz?
- Der Unterschied zwischen der Behandlungsgruppe nach der Behandlung und vor der Behandlung. Also B - A.

Grafische Darstellung - Fortsetzung



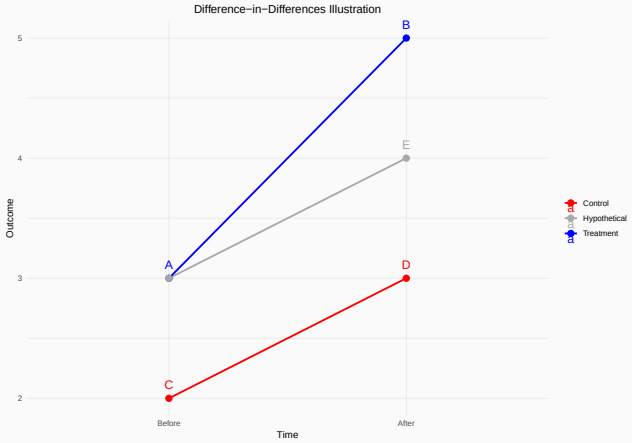
- Wo ist die erste Differenz?
- Der Unterschied zwischen der Behandlungsgruppe nach der Behandlung und vor der Behandlung. Also B - A.
- Wo ist die zweite Differenz?

Grafische Darstellung - Fortsetzung



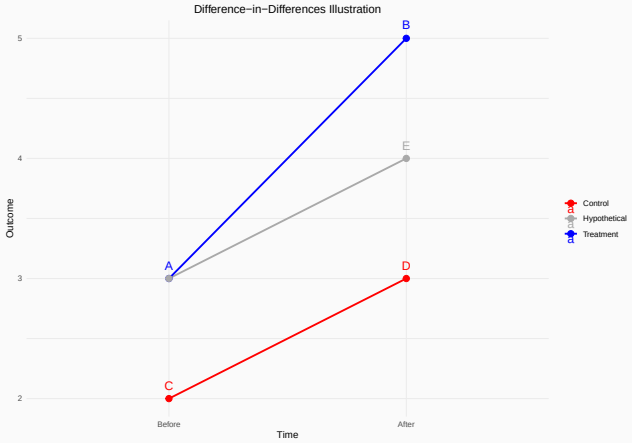
- Wo ist die erste Differenz?
- Der Unterschied zwischen der Behandlungsgruppe nach der Behandlung und vor der Behandlung. Also B - A.
- Wo ist die zweite Differenz?
- Der Unterschied zwischen der Kontrollgruppe nach der Behandlung und vor der Behandlung. Also D - C.

Grafische Darstellung - Fortsetzung



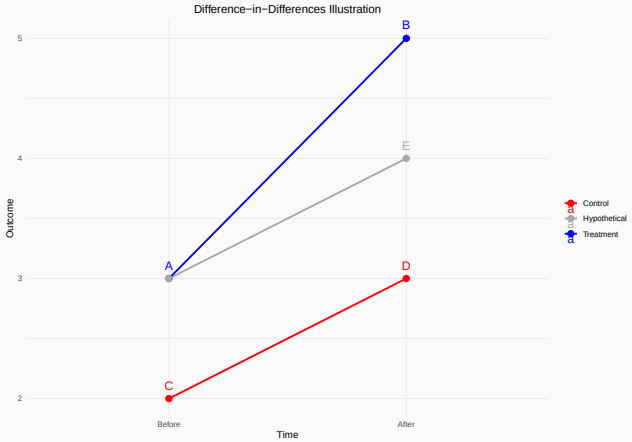
- Wo ist die erste Differenz?
- Der Unterschied zwischen der Behandlungsgruppe nach der Behandlung und vor der Behandlung. Also B - A.
- Wo ist die zweite Differenz?
- Der Unterschied zwischen der Kontrollgruppe nach der Behandlung und vor der Behandlung. Also D - C.

Grafische Darstellung - Fortsetzung



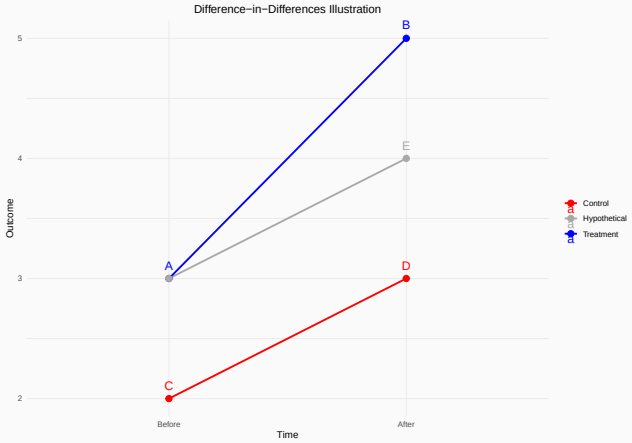
- Wo ist nun der Effekt der Behandlung bzw. der Differences-in-Differences Effekt?

Grafische Darstellung - Fortsetzung



- Wo ist nun der Effekt der Behandlung bzw. der Differences-in-Differences Effekt?
- Der Unterschied in den Unterschieden von den vorher bestimmten Differenzen. Also (B - A) - (D - C)

Grafische Darstellung - Fortsetzung



- Wo ist nun der Effekt der Behandlung bzw. der Differences-in-Differences Effekt?
- Der Unterschied in den Unterschieden von den vorher bestimmten Differenzen. Also (B - A) - (D - C)
- Andere Betrachtungsweise: Der Unterschied zwischen B und E obwohl wir E nie beobachten!

Als Regression

- Wir können DiD auch als Regression schreiben:

$$Y_{it} = \beta_1 \text{Behandlung}_i + \beta_2 \text{Nach}_t + \beta_3 \text{Behandlung}_i \times \text{Nach}_t + \epsilon_{it}$$

- Behandlung_i ist eine Dummy-Variable, die angibt, ob die Person/Firma/Land in der Behandlungsgruppe ist.
- Nach_t ist eine Dummy-Variable, die angibt, ob die Beobachtung nach der Behandlung ist. Das Event schon passiert ist.
- $\text{Behandlung}_i \times \text{Nach}_t$ ist die Interaktion zwischen Behandlung und Nach. Das ist der DiD Effekt.

Als Regressions

Wofür sind die einzelnen Teile der Regression?

- β_1 ist der Unterschied zwischen der Behandlungs- und Kontrollgruppe. Das bedeutet, dass diese nicht gleich sein müssen!
- β_2 ist der generelle Trend dem sowohl die Behandlungs- als auch die Kontrollgruppe ausgesetzt sind.
- β_3 ist die restliche Differenz, die nicht durch die ersten beiden erklärt wird. Das ist der DiD Effekt.

Etwas allgemeiner

Differences-in-Differences sind immer dann sinnvoll, wenn:

- Wir eine Behandlungs- und Kontrollgruppe haben.
- Die Behandlung ein zeitliches Ereignis ist, da wir die Unterschiede über die Zeit betrachten.
  - Ein neues Gesetz.
  - Eine Werbekampagne.
- Wir die Unterschiede zwischen den Gruppen konstant halten können.

Vergleich zu letzter Woche

- Kausaler Effekt letzte Woche erfordert entweder ein (häufig sehr kompliziertes) theoretisches Modell.
  - Hilft uns alle confounder zu identifizieren.
- Oder: ein Experiment wie in der Medizin – in sozialwissenschaftlichen Kontexten extrem schwierig.
- Diff-in-Diff: Nimmt die zeitliche Komponente ernst und benutzt diese Struktur, um kausale Effekte zu identifizieren.

Zentral Annahmen an DiD

- Parallel Trends Assumption: Die Trends der Behandlungs- und Kontrollgruppe sind parallel, d.h. ohne Behandlung hätten sich die Gruppen gleich entwickelt.
- Formal: $E[Y_{it}(0) \mid Treatment] - E[Y_{it}(0) \mid Control] =$ constant over time
- No Anticipation Effect: Behandlung wird nicht antizipiert und ist für Treatment und Kontrollgruppe gleich bzw. kann nicht von den Gruppen beeinflusst werden.

Annahmen im DiD Kontext

- Praktisch bei DiD: Wir können Annahmen testen.
- Dazu müssen zusätzliche Zeitperioden beobachtet werden.
- Wir erweitern gleich noch das Trump Beispiel.

Zurück zu Trump.

- Wie können wir hier den Diff-in_Diff Effekt schätzen? Machen wir gemeinsam an der Tafel oder in R.

Warum kausale Inferenz?

- Wir haben über kausale Inferenz im Allgemeinen und im Kontext von Diff-in-Diff gesprochen.
- Nun zum Abschluss noch ein Beispiel warum es wichtig sein kann diese Methoden anzuwenden: Mindestlohn und Arbeitslosigkeit.

Theorie

- Mindestlohn: Ein gesetzlich festgelegter Lohn, den Arbeitgeber mindestens zahlen müssen.
- Nachfrage nach Arbeit ist abhängig vom Lohn.
- Theorie: Mindestlohn erhöht Lohnkosten, was zu weniger Arbeitsplätzen führt.

Entrance David Card and Krueger.

- David Card: Ökonom, der 1994 eine Studie über den Mindestlohn in New Jersey durchgeführt hat.[1]
- New Jersey erhöht in 1992 den Mindestlohn, Pennsylvania nicht.
- Forschungsfrage: Was ist der Effekt auf die Beschäftigung?

[1] Mittlerweile hat er den Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften erhalten gemeinsam mit Joshua Angrist und Guido Imbens.

Daten

Nun berechnen wir den DiD Effekt gemeinsam.

Table 2: Beschäftigung in New Jersey und Pennsylvania

	Vor der Erhöhung	**Nach der Erhöhung**
New Jersey	20.44	21.03
Pennsylvania	23.3	21.147

Ergebnis

- Der Effekt war positiv, d.h. die Beschäftigung stieg in New Jersey um 2.743.
- Das Eregbnis war überraschend, da die Theorie anderes vorhergesagt hat und hat eine Debatte über die Effekte von Mindestlöhnen ausgelöst inklusive neuer theoretischer Modelle.

Ausblick

- Hier vorgestellt ist eine einfache Version von DiD. Es gibt viel aktuelle Forschung und Weiterentwicklungen.
- Die Kernindee bleibt jedoch immer gleich. Es gibt zwei Gruppen, dann ein Event und wir untersuchen Unterschiede. Beispiele von Studien:

Ausblick

- Hier vorgestellt ist eine einfache Version von DiD. Es gibt viel aktuelle Forschung und Weiterentwicklungen.
- Die Kernindee bleibt jedoch immer gleich. Es gibt zwei Gruppen, dann ein Event und wir untersuchen Unterschiede. Beispiele von Studien:
- Der Effekt von Lotteriegewinnen auf Wahlverhalten. (Spanien, El Gordo, `Luck of the Draw` , Bagues and Esteve-Volart)

Ausblick

- Hier vorgestellt ist eine einfache Version von DiD. Es gibt viel aktuelle Forschung und Weiterentwicklungen.
- Die Kernindee bleibt jedoch immer gleich. Es gibt zwei Gruppen, dann ein Event und wir untersuchen Unterschiede. Beispiele von Studien:
- Der Effekt von Lotteriegewinnen auf Wahlverhalten. (Spanien, El Gordo, `Luck of the Draw` , Bagues and Esteve-Volart)
- Der Effekt von CO2-Steuern auf Emissionen.

Ausblick

- Hier vorgestellt ist eine einfache Version von DiD. Es gibt viel aktuelle Forschung und Weiterentwicklungen.
- Die Kernindee bleibt jedoch immer gleich. Es gibt zwei Gruppen, dann ein Event und wir untersuchen Unterschiede. Beispiele von Studien:
- Der Effekt von Lotteriegewinnen auf Wahlverhalten. (Spanien, El Gordo, `Luck of the Draw` , Bagues and Esteve-Volart)
- Der Effekt von CO2-Steuern auf Emissionen.
- Der Effekt von Eröffnungen von Bibliotheken auf Innovation. (Berkes, Nencka)

Literatur auch im Bachelor

Oft sind Forschungspapiere mit Methoden der kausalen Inferenz mit einer klaren Story geschrieben und gar nicht so schwer zu verstehen! Wenn Sie mal eine Leseempfehlung haben wollen, fragen Sie mich gerne :)

- Grundsätzlich lege ich Ihnen das Journal "Review of Economics and Statistics" ans Herz. Ein gutes Journal, welches immer wieder auch eher einfachere kausale Infernez Paper abdeckt.

Zusammenfassung

- Panel Daten sind eine Kombination aus Longitudinal und Cross-sectional Daten.
- Wichtig über die Struktur der Daten nachzudenken, da sonst komische Ergebnisse entstehen können.
- Je nachdem auf welche Eigenschaften wir uns fokussieren, können wir unterschiedliche Ergebnisse erhalten!

Zusammenfassung

- Differences-in-Differences ist eine der wichtigsten Methoden in der kausalen Inferenz.
- Wir können den Effekt einer Behandlung schätzen, indem wir den Unterschied in den Unterschieden zwischen der Behandlungs- und Kontrollgruppe betrachten.
- Annahmen: Parallel Trends und No Anticipation Effect.